Aprendizaje Automático sobre Grandes Volúmenes de Datos

Clase 8

Pablo Ariel Duboue, PhD

Universidad Nacional de Córdoba,
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Material de lectura

- Clase pasada:
  - Capítulo 9 del Owen et al. (2012)
  - Sección 6.12 del Mitchel (1997)
- Ésta clase:
  - Capítulo 2 y 4 del Owen et al. (2012)

Preguntas

- EM y k-Means
  - EM es mucho más general que k-Means
  - Estimar variables ocultas relacionadas con variables observadas
  - Converge a maximos locales
- Thoughtland y aprendizaje automático
  - Los textos generados por Thoughtland son basados en características matemáticas (densidad, tamaño, en algún momento incorporaremos otras características como convexidad)
  - La generación de textos no utiliza aprendizaje automático

Recordatorio

- El sitio Web de la materia es http://aprendizajengrande.net
  - Allí está el material del curso (filminas, audio)
- Leer la cuenta de Twitter https://twitter.com/aprendengrande es obligatorio antes de venir a clase
  - Allí encontrarán anuncios como cambios de aula, etc
  - No necesitan tener cuenta de Twitter para ver los anuncios, simplemente visiten la página
- Suscribirse a la lista de mail en aprendizajengrande@librelist.com es optativo
  - Si están suscriptos a la lista no necesitan ver Twitter
- Feedback para alumnos de posgrado es obligatorio y firmado, incluyan si son alumnos de grado, posgrado u oyentes
  - El "resúmen" de la clase puede ser tan sencillo como un listado del título de los temas tratados

Revisión EM

- Una hipótesis h define una función sobre los datos. Esta función aproxima la verdadera función que genera los datos f.
- La hipótesis de Maximum Likelihood es

$$h_{ML} = argmax_{h \in H} p(D|h)$$

- Si los casos de entrenamiento son mutualmente independientes dado la hipótesis:

$$h_{ML} = argmax_{h \in H} \prod p(d_i|h)$$

- Si asumimos que los puntos de entrenamiento pertenecen a una distribución Normal con media σ^2 centrados alrededor del valor de $f(x_i)$ y que los errores son distribuidos con media uniforme entonces $(d_i = f(x_i) + e_i)$

$$h_{ML} = argmax_{h \in H} \prod \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(d_i - \mu)^2}$$

Estimador ML

- Manipulando algebraicamente y simplificando

$$
\begin{aligned}
h_{ML} &= argmax_{h \in H} \prod \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(d_i-\mu)^2} \\
&= argmax_{h \in H} \prod \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(d_i-h(x_i))^2} \\
&= argmin_{h \in H} \sum_{i=1}^{m} (d_i - h(x_i))^2
\end{aligned}
$$

Ejemplo de EM

- Si observamos datos provenientes de una Gaussiana, podemos obtener su media utilizando la función anterior:

$$\mu_{ML} = argmin_{\mu} \sum_{i=1}^{m} (x_i - \mu)^2$$

- ¿Pero qué hacemos si los datos provienen de **dos** Gaussianas?
  - Consideramos que tenemos variables ocultas, no observadas
  - Cada punto es de la forma $\langle x_i, z_{i1}, z_{i2} \rangle$, z_{ij} es 1 si la instancia i es generada por la Gaussiana j ó 0 si no.
  - Si los z_{ij} fueran observados, podríamos usar el estimador arriba para calcular $h = \langle \mu_1, \mu_2 \rangle$
- EM
  1. Calcular el valor de $E[z_{ij}]$ asumiendo que $h = \langle \mu_1, \mu_2 \rangle$ es cierta
  2. Calcular una nueva $\acute{h} = \langle \acute{\mu}_1, \acute{\mu}_2 \rangle$ asumiendo que los$E[z_{ij}]$ son correctos

Calculando los $E[z_{ij}]$

- Si asumimos que la hipótesis $h = \langle \mu_1, \mu_2 \rangle$ es correcta, entonces

$$
\begin{aligned}
E[z_{ij}] &= \frac{p(x = x_i | \mu = \mu_i)}{\sum_{n=1}^{2} p(x = x_i | \mu = \mu_n)} \\
&= \frac{e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_i - \mu_j)^2}}{\sum_{n=1}^{2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x_i - \mu_n)^2}}
\end{aligned}
$$

Calculando los μ_j

- Si asumimos que el valor de las variables ocultas es correcto, entonces

$$\mu_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} E[z_{ij}]x_i}{\sum_{i=1}^{m} E[z_{ij}]}$$

Collaborative Filtering

- Filtrar información usando comunidades de personas
- Usuarios, ítems y preferencias
  - Pablo, http://aprendizajengrande.net, 1.0
  - Pablo, http://duboue.net, 5.0
  - Pablo, http://google.com, 2.0
  - Juan, http://aprendizajengrande.net, 3.0
  - Juan, http://getyatel.org, 5.0
  - Juan, http://google.com, 1.0
  - John, http://google.com, 3.0
  - John, http://cnn.com, 5.0
  - John, http://nba.com, 3.0

Recomendación basada en Usuarios

- para cada ítem i para el cual el usuario u no tiene preferencia:
  - para cada otro usuario v que tiene preferencia por i:
    - calcular la similitud s entre u y v
    - acumular la preferencia de v por i, pesada por s
- devolver los ítems con mayor preferencia pesada

Vecindad de Usuarios

- Para acotar el tiempo de computo del algoritmo anterior, en vez de iterar sobre todos los otros usuarios, definimos una métrica sobre ellos y consideramos sólo los usuarios más cercanos
  - O bien los k usuarios más cercanos
  - O bien los usuarios cercanos a un cierto nivel máximo de distancia

Métricas de similitud de Usuarios

- Euclideana
- Tanimoto
  - Ignora el valor de las preferencias
  - Considera el conjunto de ítems sobre los que los dos usuarios han expresado preferencias
  - Tamaño de la intersección dividido la unión
- Log-likelihood
  - Similar a Tanimoto
  - Incorpora el concepto de concordancia por chance
  - Similar a la estadística κ
    - A dos personas les gustan un mismo ítem porque es popular no porque sean parecidas

Métricas de similitud de Usuarios

- Coeficiente de correlación Pearson
  - Un número entre -1 y 1 que mide la tendencia de dos series de números, tomados de a pares, de moverse al unísono
  - Covarianza normalizada por la varianza
  - Sólo se puede computar para ítems donde ambos usuarios han expresado preferencias
  - Similitud por coseno cuando los vectores están centrados
- Valores posicionales y el Coeficiente de correlación de Spearman
  - En vez de usar los valores de las preferencias, usar la diferencia relativa posicional
  - Reemplazar los valores de preferencias por su posición y aplicar Pearson

Inferencia de Preferencias

- Como en aprendizaje supervisado, es posible completar datos faltantes para mejorar las métricas de similitud
  - Las estrategias que vimos en ingeniería de features pueden ser usadas
- No ayuda mucho en la práctica
- Enlentece mucho los algoritmos presentados

Recomendación basada en Ítems

- para cada ítem i para el cual el usuario u no tiene preferencia:
  - para cada ítem j que u tiene una preferencia:
    - calcular la similitud s entre i y j
    - acumular la preferencia de u por j, pesada por s
- devolver los ítems con mayor preferencia pesada

Interpretación Matricial

- Matriz de co-ocurrencia

	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5
i_1	5	2	1	3	4
i_2		3	1	2	3
i_3			4	2	2
i_4				1	1
i_5					7

- Vector de preferencia (uno por usuario)

i_1	i_2	i_3	i_4	i_5
5	2	1	3	4

Algoritmo Pendiente-uno

- Cuando dos personas tienen preferencias por dos ítems, es posible que haya una tendencia clara de la diferencia de preferencias entre los dos
- Off-line: calcular la diferencia promedio entre ítems
- On-line: igual que basado en ítems pero usar la diferencia promedio en la acumulación

Resúmen

- Features, proceso de aprendizaje automático
- Aprendizaje Supervisado
- Aprendizaje No Supervisado
- Recomendación

Naive Bayes

- Teorema de Bayes

$$P(y|\vec{f}) = \frac{P(\vec{f}|y)P(y)}{P(\vec{f})}$$

- Naive Bayes asume que las features son probabilisticamente independientes

$$y_{NB} = max_y P(f_1, ..., f_n|y)P(y) = max_y P(f_1|y)...P(f_n|y)P(y)$$

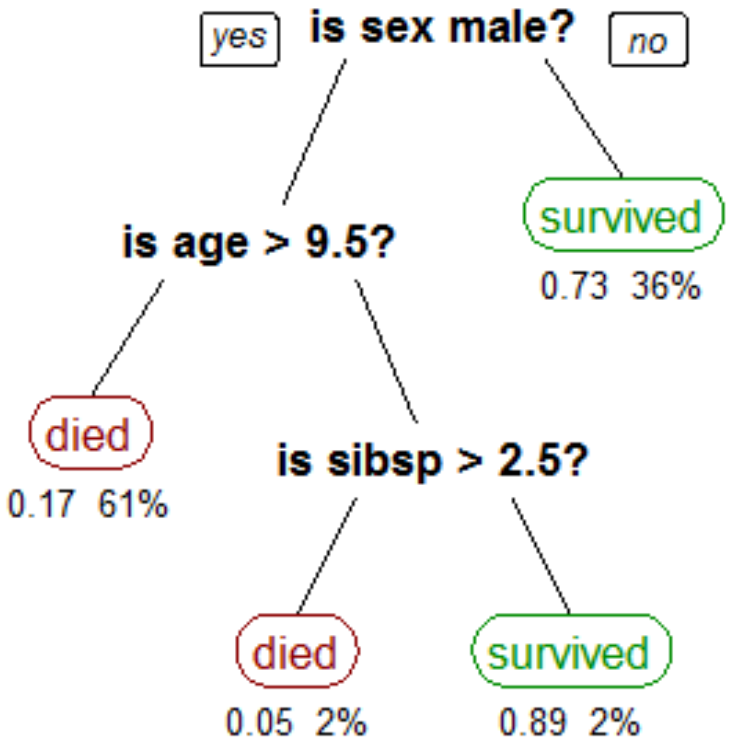
- Podemos estimar $P(f_i|y)$ a partir de conteos

NB: de conteos a probabilidades

- Conteos de instancias (N_i) vs. conteos de features (N_f)
- De la definición de probabilidad conjunta:
  $P(".com"|Arts)P(Arts) = P(".com", Arts) = \frac{N_f(".com", Arts)}{N_f(.)}$
- De la definición de probabilidad simple:
  $P(Arts) = \frac{N_i(Arts)}{N_i(.)}$
- Despejando para la probabilidad condicional:
  $P(".com"|Arts) = \frac{N_i(.)}{N_f(.)} \frac{N_f(".com", Arts)}{N_i(Arts)}$

Árboles de Decisión

- Dividir los datos según un feature solo y un predicado simple sobre ese feature



ID3

ID3 (Ejemplos, Clase Objetivo, Features)
Crear un nodo raíz
Si todos los ejemplos son positivos, devolver la raíz con clase +
Si todos los ejemplos son negativos, devolver la raíz con clase -
Si no quedan features, devolver la raíz con clase igual al valor más común
Caso contrario

$A \leftarrow$ la feature que mejor clasifica los ejemplos
El feature en la raíz es A
Para cada valor posible v_i del feature A

Agregar rama al árbol bajo la raíz (testeo $A=v_i$)
Sean Ejemplos(v_i) el subconjunto de los ejemplos que tienen v_i para A
Si Ejemplos(v_i) está vacío, para esta rama setear la clase al valor objetivo más común
Sino agregar un subárbol ID3 (Ejemplos(v_i), Clase Objetivo, Features– {A})

Devolver la raíz

Information Gain

- Podemos definir Information Gain a partir de la entropía (qué tan "ruidosa" es la partición)
- En caso de una partición binaria:

$$Entropy(S) = -p_+ log_2(p_+) - p_- log_2(p_-)$$

- Múltiples categorías (m):

$$Entropy(S) = \sum_{i=1}^{m} -p_i \log_2 p_i$$

- Ganancia de información entonces es:

$$Gain(S, A) = Entropy(S) - \sum_{v \in valores(A)} \frac{|S_v|}{|S|} Entropy(S_v)$$

K-Means

- Se basa en el concepto de elementos sintéticos:
  - cada cluster se lo representa por un centroide, un elemento ficticio
  - en vez de calcular la distancia a todos los elementos del cluster, se la calcula sólo al elemento ficticio
- El algoritmo recibe como parámetro el número K de clusters
- Al comienzo se toman como centroides K elementos al azar
- En cada paso, se re-clasifican los elementos según el centroide al que están más cerca
- Para cada cluster, se re-calcula el centroide como la media de los elementos del cluster
  - ¿Cómo calcular el centroide? Depende de los datos, igual que la distancia

Recomendación basada en Ítems

- para cada ítem i para el cual el usuario u no tiene preferencia:
  - para cada ítem j que u tiene una preferencia:
    - calcular la similitud s entre i y j
    - acumular la preferencia de u por j, pesada por s
- devolver los ítems con mayor preferencia pesada